

## ESTUDIO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR EN EL RÉGIMEN DE TRANSICIÓN TEMPORAL LAMINAR-TURBULENTO EN CANALES ANGOSTOS PARA REYNOLDS MODERADOS

William I. Machaca Abregu<sup>a,b</sup> y Federico E. Teruel<sup>a,b,c</sup>

<sup>a</sup>*Instituto Balseiro, Universidad Nacional de Cuyo, Av. Ezequiel Bustillo 9500, 8400 San Carlos de Bariloche, Rio Negro, Argentina.*

<sup>b</sup>*Departamento de Mecánica Computacional, Centro Atómico Bariloche, Av. Ezequiel Bustillo 9500, 8400 San Carlos de Bariloche, Rio Negro, Argentina.*

<sup>c</sup>*CONICET, Centro Atómico Bariloche, Av. Ezequiel Bustillo 9500, 8400 San Carlos de Bariloche, Rio Negro, Argentina.*

**Palabras Clave:** Inestabilidad tipo K, Incompact3D, Transición laminar-turbulenta, Transferencia de calor, DNS.

**Resumen.** En el presente trabajo se estudia la transferencia de calor en el régimen de transición temporal laminar-turbulento en canales rectangulares angostos mediante experimentos numéricos usando simulación numérica directa (DNS). Para este fin se utilizó el código Incompact3d que resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes con transporte de un escalar pasivo (temperatura). El flujo se inestabilizó utilizando la inestabilidad tipo K, la cual está compuesta por ondas de Tollmien-Schlichting y por un par de ondas oblicuas. Las amplitudes de las ondas de Tollmien-Schlichting (A2d) y del par de ondas oblicuas (A3d) fueron de 8 % y de 1 %, respectivamente. Se muestran resultados para el número de Nusselt local para  $Re = 5000$  y  $4200$  con  $Pr = 1$ , y para la condición de flujo de calor uniforme en las paredes. Este coeficiente muestra una zona laminar en un periodo inicial, seguido de una región temporal de intermitencia y luego un flujo turbulento completamente desarrollado. Finalmente, estos resultados se comparan correctamente, desde el punto mínimo de transferencia de calor hasta la zona turbulenta, con los resultados de la transición espacial laminar-turbulenta simulados con los mismos parámetros seleccionados para el presente trabajo.

## 1. INTRODUCCIÓN

En trabajos previos (Machaca Abregu y Teruel, 2016b) se estudió la transferencia de calor en el régimen de transición espacial laminar-turbulento para la condición de temperatura de pared uniforme. Una de las dificultades a la hora de simular este tipo de problema fue el costo computacional que presenta y la necesidad de usar condiciones adecuadas a la entrada y salida del flujo (Schlatter, 2005). En contraste a esto, las simulaciones temporales no requieren de condiciones de entrada-salida pues emplean la condición periódica en la dirección de la corriente y el costo computacional resulta menor a las simulaciones espaciales debido al tamaño del dominio. Es por esto que el enfoque temporal es una alternativa popular en el ámbito científico. Por ejemplo, He y Seddighi (2013) estudiaron el transitorio en régimen turbulento obteniendo resultados novedosos en tiempos computacionales razonables; también, Zhou et al. (1996); Adrian y Liu (2002); Kim et al. (2008) estudiaron las estructuras de vórtices en canales rectangulares periódicos; entre otras investigaciones. Entonces, el enfoque temporal resulta útil para la investigación numérica de fenómenos como la transición y la turbulencia.

En particular, el estudio de la transición en canales rectangulares resulta de interés para la CNEA debido a que el punto de operación del reactor nuclear de investigación RA6 se encuentra en el régimen de transición (Silin et al., 2010, 2012). Por ello se realizaron distintas simulaciones espaciales de transferencia de calor (Machaca Abregu y Teruel, 2016b), sin embargo, no se encontraron, en la literatura, simulaciones de la transferencia de calor en el régimen de transición temporal.

En el presente trabajo se analiza numéricamente la transferencia de calor en el régimen de transición temporal laminar-turbulento en canales rectangulares usando la simulación numérica directa (DNS). Para ello en la sección 2 se describen los aspectos numéricos más importantes para llevar a cabo la simulación. Luego, en la sección 3, se presentan los resultados en el régimen de transición temporal laminar-turbulento para Reynolds moderados y  $Pr = 1$ . Finalmente se presentan las conclusiones principales del presente estudio.

## 2. SIMULACIÓN NUMÉRICA DIRECTA

El estudio numérico del complejo fenómeno de la transferencia de calor en el régimen de transición temporal laminar-turbulento se realiza mediante la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes con transporte de un escalar pasivo (temperatura). Para ello se utiliza una herramienta numérica precisa y un mecanismo de inestabilización que permita la transición de un flujo laminar a uno turbulento en tiempos computacionalmente aceptables para la arquitectura usada. En el presente trabajo se usa la teoría de estabilidad lineal (Schmid y Henningson, 2001; Schlatter, 2005; Machaca Abregu, 2015).

Las simulaciones se realizan para Reynolds moderados ( $Re = 5000$  y  $Re = 4200$ ) y para  $Pr = 1$  con el objetivo de compararlos cualitativamente con los resultados de la transición espacial realizados con los mismos parámetros. Este último caso se realiza siguiendo el procedimiento para imponer el flujo de calor uniforme en el código Incompact3d que se encuentra descrito en (Machaca Abregu, 2016).

### 2.1. Ecuaciones Gobernantes

Se resuelve numéricamente la ecuación de Navier-Stokes en un canal periódico en la dirección de la corriente con el código Incompact3D (Laizet et al., 2010; Laizet y Li, 2011). La distancia, la velocidad instantánea, la presión y el tiempo son adimensionalizados con la altura media del canal  $h$ , la máxima velocidad en la dirección de la corriente  $U_o$ , la densidad  $\rho$  y la

viscosidad cinemática  $\nu$ . La ecuación adimensionalizada se muestra a continuación:

$$\frac{\partial \vec{u}^*}{\partial t^*} + \frac{1}{2}(\nabla(\vec{u}^* \otimes \vec{u}^*) + \vec{u}^* \cdot \nabla)\vec{u}^* = -\nabla p^* + \frac{1}{Re_o} \nabla^2 \vec{u}^*, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{u}^* = 0, \quad (2)$$

donde:  $\vec{u}^* = \frac{\vec{u}}{U_o}$  es el campo de velocidades ( $\vec{u}^* = (u^*, v^*, w^*)$ ),  $\vec{x}^* = \frac{\vec{x}}{h}$  es el vector de coordenadas ( $\vec{x}^* = (x^*, y^*, z^*)$ ),  $t^* = \frac{tU_o}{h}$  es el tiempo,  $p^* = \frac{p}{\rho U_o^2}$  es el campo de presiones,  $Re = Re_o = \frac{U_o h}{\nu}$  es el número de Reynolds. Notar que en la ecuación 1 el término convectivo está escrito en su forma antisimétrica. Esta forma específica permite una mejor conservación de la energía cinética para la discretización espacial usada en el código (Kravchenko y Moin, 1997).

Para el transporte del escalar se adimensionaliza la temperatura de acuerdo a la ecuación 3 (esta adimensionalización es para el caso de flujo de calor uniforme),

$$\theta = \frac{\kappa}{q'' h} (T - T_o), \quad (3)$$

donde:  $T$  es la temperatura,  $T_o$  es la temperatura inicial del canal,  $\kappa$  es la conductividad térmica y  $q''$  es el flujo de calor uniforme en las paredes del canal. Con este cambio de variable la ecuación para el transporte del escalar es:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^*} + (\vec{u}^* \cdot \nabla)\theta = \frac{1}{Re_o Pr} \nabla^2 \theta. \quad (4)$$

## 2.2. Condiciones de contorno

Las ecuaciones de Navier-Stokes con transporte de un escalar pasivo se resuelven en un dominio computacional  $L_x = 5,61h \times L_y = 2h \times L_z = 2,99h$  discretizado en una grilla cartesiana de  $n_x \times n_y \times n_z = 180 \times 129 \times 180$ , en las direcciones  $x$ ,  $y$  y  $z$ , respectivamente (ver figura 1).

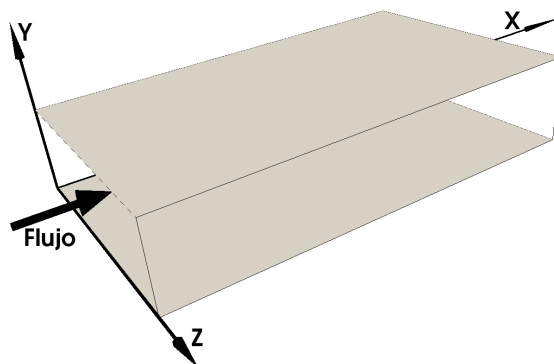


Figura 1: Dominio del canal rectangular entre dos placas paralelas para el estudio de la transferencia de calor en régimen de transición temporal laminar-turbulento.

Las condiciones de contorno para la parte hidrodinámica son: periódico en  $z$ , periódico en  $x$  y Dirichlet en  $y$  ( $u^*(x^*, 0, z^*) = u^*(x^*, 2, z^*) = 0$ ). Las condiciones de contorno para el transporte del escalar son: periódico en  $z$ , periódico en  $x$  y Neumann en  $y$  ( $\frac{\partial \theta}{\partial y^*}_{y^*=0,2} = \pm 1$ ). Esta condición es para el caso de flujo de calor uniforme (UHF).

En el presente trabajo se evoluciona desde una condición inicial laminar hasta una turbulenta final. En ese sentido se impone a la condición inicial de la parte hidrodinámica una perturbación que permita la transición del flujo, la cual se describe a continuación.

### 2.2.1. Condición Inicial

Para inestabilizar el flujo temporalmente mediante la técnica del análisis de estabilidad lineal se requiere introducir una perturbación a la condición inicial del canal. Esta perturbación resulta de la teoría de estabilidad lineal y consiste en resolver las ecuaciones de Orr-Sommerfeld y Squire (Schmid y Henningson, 2001; Schlatter, 2005). Esta ecuación depende del número de Reynolds  $Re$ , la longitud de onda en la dirección de la corriente  $\alpha$ , la longitud de onda en la dirección  $z$   $\beta$  y la frecuencia  $\omega$ . Para el caso de transición temporal, el cálculo de las perturbaciones se realiza para un número de Reynolds,  $\alpha$  y  $\beta$  conocidos; y se calcula el autovalor más inestable (frecuencia  $\omega$ ), el cual está asociado a autofunciones que permiten el cálculo de las perturbaciones (Machaca Abregu, 2015).

El número de Reynolds a analizar  $Re = 5000$  es menor al  $Re_{crit} = 5772$  (Orszag y Patera, 1980). Es por esto que el proceso de transición de flujo laminar a flujo turbulento se puede generar si se impone una perturbación bidimensional (perturbación primaria), ondas de Tollmiend Schlichting, calculada con  $\beta = 0$ ; superpuesta a una perturbación tridimensional (perturbación secundaria), calculada con  $\beta \pm 0$  (Schmid y Henningson, 2001; Schlatter, 2005). Esta superposición de ondas puede generar la transición tipo K (Klebanoff et al., 1962) o la tipo H (Herbert, 1983a,b), siendo la primera la usada en el presente trabajo.

Entonces en la condición inicial se introduce el flujo Poiseuille más la perturbación, la cual se muestra en la ecuación 5,

$$\vec{U} + \vec{u}, \quad (5)$$

donde  $\vec{U} = (U(y), 0, 0)$  es el flujo Poiseuille base ( $U(y) = \frac{y}{h}(2 - \frac{y}{h})U_o$ ) y  $\vec{u} = (u, v, w)$  es la perturbación dada por

$$\begin{aligned} \vec{u}(x, y, z, t = 0) = & A_{2d} \mathbb{R}[(\vec{u}_{2d}(y))e^{-i\alpha_{r2d}t}] \\ & + \frac{1}{2} A_{3d} \mathbb{R}[(\vec{u}_{r3d}^+(y))e^{i(\beta z - \alpha_{r3d}t)}] + \frac{1}{2} A_{3d} \mathbb{R}[(\vec{u}_{r3d}^-(y))e^{i(\beta z - \alpha_{r3d}t)}], \end{aligned} \quad (6)$$

donde  $A_{2d}$  es la amplitud de la perturbación bidimensional y  $A_{3d}$  es la amplitud total del par de ondas oblicuas tridimensionales. Las autofunciones espaciales complejas,  $\vec{u}_{2d}$  y  $\vec{u}_{3d}$ , son calculados resolviendo la ecuación de Orr-Sommerfeld y Squire (Schmid y Henningson, 2001; Schlatter, 2005) para un dado número de Reynolds, número de onda en dirección  $z$  ( $\beta$ ), y para la longitud de onda en la dirección de la corriente en dos y tres dimensiones,  $\alpha_{2d}$  y  $\alpha_{3d}$ , respectivamente. Las autofunciones son normalizadas para que la amplitud máxima de la componente en la dirección de corriente sea uno con un desplazamiento de fase cero. Los superíndices  $+$  y  $-$  representan las autofunciones calculadas para  $\beta > 0$  y  $\beta < 0$ , respectivamente. Cuando  $\omega_{r3d} = \omega_{r2d}$  la perturbación tridimensional conduce a la inestabilidad tipo K, y cuando  $\omega_{r3d} = \frac{1}{2}\omega_{r2d}$  se desarrolla la inestabilidad tipo H (Saiki et al., 1993). También  $i = \sqrt{-1}$  y  $\mathbb{R}$  indica la parte real del número complejo.

Por otro lado, para el escalar, se emplea como condición inicial un perfil uniforme de temperatura  $T_o$ .

### 3. RESULTADOS

En la presente sección se muestran los resultados principales del estudio numérico realizado. Se presentan los resultados de las simulaciones para  $Re = 5000$  y  $4200$  con  $Pr = 1$  para luego compararlas con los resultados de la transición espacial simulados con los mismos parámetros (igual número de Reynolds, Prandtl e igual amplitud de las perturbaciones).

#### 3.1. Simulación de la Transferencia de Calor en Transición Temporal

Para el estudio numérico de la transferencia de calor en el régimen de transición temporal es importante mencionar que en el presente trabajo se usa la inestabilidad tipo K para perturbar el flujo en la condición inicial. Los casos analizados se muestran en la tabla 1.

Caso	Re	$A_{2d}$	$A_{3d}$	$w_{r2d}$	$w_{r3d}$	$\beta$
I	5000	8 %	1 %	0,3	0,3	2,0944
II	4200	8 %	1 %	0,3	0,3	2,0944

Tabla 1: Casos analizados para la transición temporal laminar-turbulenta. Se muestran los parámetros para calcular la perturbación a imponer en la condición inicial hidrodinámica del canal.

Con los datos de la tabla 1 se obtienen las perturbaciones que inestabilizan el flujo Poiseuille en la condición inicial. El dominio usado para la simulación numérica es  $L_x = 5,61 \times L_y = 2 \times L_z = 2,99$  con una discretización de  $n_x \times n_y \times n_z = 128 \times 129 \times 128$ . Se simuló 40000 iteraciones con un paso de tiempo  $\Delta t^* = 0,005$ . Se calcularon los valores del número de Nusselt en el dominio del canal a tiempo fijo. En la figura 2a se muestra el resultado obtenido para los casos analizados. Se observa que los resultados presentan la fenomenología esperada (régimen laminar en los instantes iniciales, luego una región de transición temporal y finalmente un régimen turbulento completamente desarrollado). La zona turbulenta a tiempos largos fue comparada correctamente, con los valores de  $Nu$  calculados con el código validado Incompact3d para  $Re = 5000$  y con datos de la literatura para  $Re = 4200$  (representado por líneas horizontales a tiempos largos).

Adicionalmente, se hizo una comparación entre la transición temporal y la transición espacial (ver figura 2a y 2b). Ambos muestran un comportamiento cualitativo similar y se comparan correctamente a tiempos finales y a la salida del canal, respectivamente, con datos de referencia. Para ver la factibilidad de reemplazar las simulaciones espaciales con las temporales, se realiza una transformación lineal de los datos temporales siguiendo la ecuación,

$$x^* = at^* + b, \quad (7)$$

donde las constantes  $a$  y  $b$  se obtienen con los valores de  $t^*$  y  $x^*$  de los puntos máximos y mínimos del número de Nusselt en la transición temporal y espacial, respectivamente (ver tabla 2).

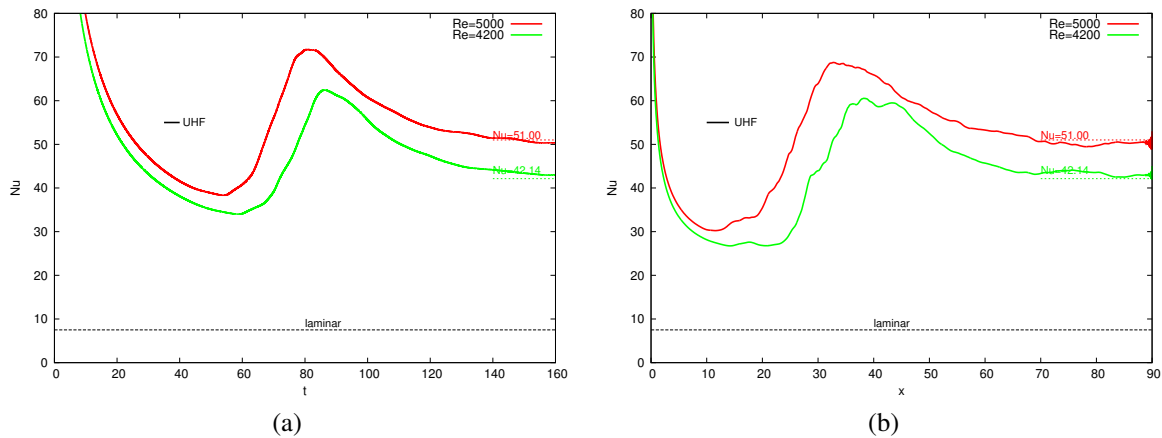


Figura 2: Número de Nusselt para  $Re = 5000$  y  $Re = 4200$  con  $Pr = 1$  para la condición de flujo de calor uniforme. a)  $Nu$  en función de  $t$  para el caso I y el caso II y b)  $Nu$  en función de  $x$  calculados con los parámetros de la referencia (Machaca Abregu y Teruel, 2016b; Machaca Abregu, 2016).

	$Re = 4200$		$Re = 5000$	
	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
$t^*$	58,65	86,33	54,00	80,68
$x^*$	14,20	38,25	11,55	32,75

Tabla 2: Posiciones de  $t^*$  y  $x^*$  de los valores mínimos y máximos del número de Nusselt para la transición temporal y espacial.

Con los datos de la tabla 2 y la ecuación 7 se calculan las constantes para la conversión del caso temporal al espacial, las cuales se muestran en la tabla 3.

$Re = 4200$		$Re = 5000$	
$a$	$b$	$a$	$b$
0,87	-36,75	0,79	-31,36

Tabla 3: Constantes  $a$  y  $b$  calculadas para la conversión de los datos temporales.

Con las constantes calculadas, se realiza la conversión del número de Nusselt en función del tiempo al número de Nusselt en función de  $x^*$  y se lo compara con los resultados de la transición espacial. El resultado se muestra en la figura 3, en la que se muestra el comportamiento similar desde el mínimo valor del número de Nusselt hasta la zona turbulenta completamente desarrollada en ambos tipos de simulaciones (temporal y espacial). Esto sugiere que el estudio temporal puede ser usado como alternativa al estudio espacial.

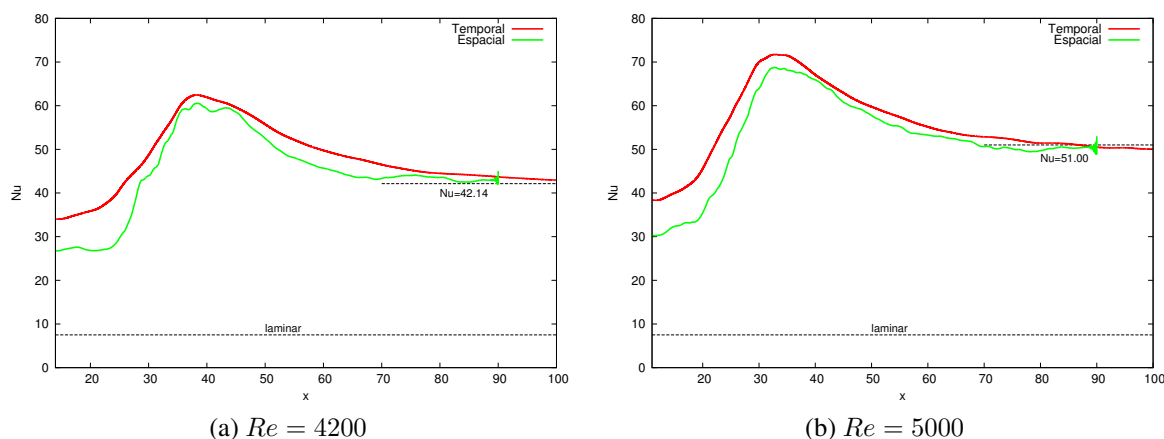


Figura 3: Comparación del número de Nusselt entre la transición temporal y la espacial para  $Re = 5000$  y  $Re = 4200$  con  $Pr = 1$  y para la condición de flujo de calor uniforme.

Finalmente se realiza un análisis del costo computacional. En el presente trabajo el costo computacional por paso de tiempo es de 4 s aproximadamente para el caso espacial (simulado con grilla gruesa y con 4 procesos en paralelo (Machaca Abregu y Teruel, 2016b,a)) y de 3 s aproximadamente para el caso temporal (simulado en el presente trabajo con grilla fina y con 4 procesos en paralelo). Por otro lado en el caso temporal se requiere de 40000 pasos de tiempo, lo que equivale a 30 horas aproximadamente, mientras que en el caso espacial, se requiere de 360000 pasos de tiempo equivalente a 400 horas. De esta manera, la transición temporal es mucho más económica computacionalmente y los resultados sugieren que podría utilizarse como alternativa a la transición espacial, que es directamente comparable con los experimentos.

#### 4. CONCLUSIONES

En este trabajo, se simuló un canal rectangular con simulación numérica directa (DNS). Los casos simulados fueron para  $Re = 5000$ ,  $Re = 4200$  con  $Pr = 1$  y para la condición de flujo de calor uniforme en las paredes. Los resultados del coeficiente de transferencia de calor (número de Nusselt) muestran la fenomenología esperada (transición laminar-turbulenta) en función del tiempo. Donde en los instantes iniciales se caracteriza por un comportamiento laminar, donde el coeficiente de transferencia de calor decae. Luego una región de transición y finalmente un flujo turbulento completamente desarrollado. Esta fenomenología se compara correctamente, desde el mínimo valor del número de Nusselt hasta la zona turbulenta completamente desarrollada, con los datos simulados en la transición espacial con los mismos parámetros.

El costo computacional para la grilla fina usada en el canal periódico es de 30 horas aproximadamente. Este tiempo es menor al obtenido en las simulaciones de transición espacial con grilla gruesa (400 horas aproximadamente). Esta diferencia de un orden de magnitud aproximado, muestra la ventaja del estudio numérico temporal frente al espacial.

La comparación entre los resultados de transición temporal y transición espacial, sugiere que los datos obtenidos de la transición laminar-turbulenta temporal con DNS puedan utilizarse para la investigación científica o en la industria.

## REFERENCIAS

- Adrian R.J. y Liu Z.C. Observation of vortex packets in direct numerical simulation of fully turbulent channel flow. *Journal of Visualization.*, 5(1):9–19, 2002.
- He S. y Seddighi M. Turbulence in transient channel flow. *J. Fluid Mech.*, 715:60–102, 2013.
- Herbert T. Secondary instability of plane channel flow to subharmonic three-dimensional disturbances. *Phys. Fluids*, 26:871, 1983a.
- Herbert T. Subharmonic three-dimensional disturbances in unstable plane shear flows. *AIAA Paper*, 83:1759, 1983b.
- Kim K., Sung H.J., y Adrian R.J. Effects of background noise on generating coherent packets of hairpin vortices. *Physics of fluids.*, 20:1–10, 2008.
- Klebanoff P.S., Tidstrom K.D., y Sargent L.M. The three-dimensional nature of boundary-layer instability. *J. Fluid Mech.*, 12:1, 1962.
- Kravchenko A.G. y Moin P. On the effect of numerical errors in Large Eddy simulation of turbulent flows. *J. Comp. Phys.*, 131:310–332, 1997.
- Laizet S., Lamballais E., y Vassilicos J.C. A numerical strategy to combine high-order schemes, complex geometry and parallel computing for high resolution DNS of fractal generated turbulence. *Computers and Fluids*, 39-3:471–484, 2010.
- Laizet S. y Li N. Incompat3d, a powerful tool to tackle turbulence problems with up to  $O(10^5)$  computational cores. *Int. J. of Numerical Methods in Fluids*, 67-11:1735–1757, 2011.
- Machaca Abregu W.I. *Esquemas compactos de alto orden para el estudio de la transferencia de calor en régimen de transición*. Tesis de Maestría en Ingeniería, Instituto Balseiro, Universidad Nacional de Cuyo, Argentina, 2015.
- Machaca Abregu W.I. *Estudio numérico de la transferencia de calor en régimen de transición en canales angostos*. Informe de Beca de Perfeccionamiento - CNEA, Bariloche, Argentina, 2016.
- Machaca Abregu W.I. y Teruel F.E. *Estudio de las estructuras de vorticidad en la transición espacial laminar-turbulenta en canales angostos*. ENIEF 2016, Córdoba, Argentina, 2016a.
- Machaca Abregu W.I. y Teruel F.E. *Transferencia de calor en el régimen de transición laminar-turbulento en canales rectangulares para reynolds moderados*. ENIEF 2016, Córdoba, Argentina, 2016b.
- Orszag S.A. y Patera A.T. Subcritical transition to turbulence in plane channel flow. *Physical Review Letters*, 45:989–993, 1980.
- Saiki E.M., Biringen S., Danabasoglu G., y Streett C.L. Spatial simulation of secondary instability in plane channel flow: comparison of K- and H-type disturbances. *J. Fluid Mech.*, 253:485–507, 1993.
- Schlatter P.C. *Large-Eddy simulation of transition and turbulence in wall-bounded shear flow*. PhD Tesis, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, 2005.
- Schmid P.J. y Henningson D.S. Stability and Transition in Shear Flows. En *Applied Mathematical Sciences*, volumen 142. Springer, 2001.
- Silin N., Masson V., y García J.C. Convection in a rectangular channel with a flow of water in laminar-turbulent transition with high heat fluxes. *Latin American Applied Research*, 40:125–130, 2010.
- Silin N., Masson V., y Marino R. Heat transfer in a short parallel-plate channel in the transition regime. *Experimental Heat Transfer*, 25(1):12–29, 2012.
- Zhou J., Adrian R.J., y Balachantar S. Autogeneration of near-wall vortical structures in channel flow. *Physics of Fluids.*, 8(1):288–290, 1996.